Универзитет у Крагујевцу

Природно – математички факултет

Институт за математику и информатику

**С Е М И Н А Р С К И Р А Д**

из предмета

*Образовни софтвер*

**Примена *Wolfram Mathematica-e* у настави математике**

**Тема:** Операције са комплексним бројевима

**Ментори: Студент:**

др Марија Станић Милутиновић Данијела 1011/2011

мр Слађана Димитријевић

Крагујевац

јануар 2012. године

**Припрема за час реализован помоћу Wolfram Mathematica-e**

**Ток часа**

**Уводни део часа (10 минута)**

Час почињемо кратким подсећањем на то шта су комплексни бројеви, имагинарна јединица и модуо комплексног броја.

Једначина (и не само она) нема решење у скупу реалних бројева, па се зато структура реалних бројева проширује до структуре у којој једначина има решење. Та нова структура је **структура комплексних бројева**. Елемент **,** такав да важи назива се **имагинарна јединица**. Скуп комплексних бројева означава се са , где се уређен пар реалних бројева и назива **комплексан број**.

Алгебарски облик комплексног броја означава се са . Реални број назива се **реални део** комплексног броја и означава се са , а реални број назива се **имагинарни део** комплексног броја и означава се са .

**Пример 1.** Одредити реални и имагинарни део комплексног броја

.

**Решење.** За дати комплексан број имамо да је:

, а .

**Модуо** **комплексног броја** дефинише се са: , .

**Пример 2.** Израчунати модуо комплексног броја .

**Решење.** Рачунајући по наведеној формули добијамо:

.

За два комплексна броја и каже се да су **једнака** и пишу се ако и само ако и .

**Пример 3.** За које ће вредности и бити једнаки комплексни бројеви и ?

**Решење.** Из и следи да је и . Дакле, ако је и , ова два комплексна броја су једнака.

**Централни део часа (30 минута)**

После кратког подсетника, упознајемо ученике са темом овог часа, а то су операције са комплексним бројевима.

**Збиром комплексних бројева** и назива се комплексан број , где је сабирање реалних бројева. Операција сабирања комплексних бројева означава се такође са и записује:

.

Ако узмемо алгебарски облик ових комплексних бројева, видимо да ово заиста важи:

.

**Пример 4.** Сабрати следеће бројеве: и .

**Решење.** Збир комплексних бројева рачунамо на следећи начин:

или

.

За сабирање комплексних бројева важе комутативни и асоцијативни закон. То показујемо на следећи начин:

Комплексан број назива се **нула**, јер за било који комплексан број важи:

.

Комплексан број је супротан елеменат за комплексан број , јер важи:

*.*

Дакле, .

**Пример 5.** Израчунати разлику комплексних бројева и .

**Решење.** Разлику комплексних бројева рачунамо на следећи начин:

или

.

**Производ комплексних бројева** и је комплексан број . Дакле, множење комплексних бројева своди се на множење, одузимање и сабирање реалних бројева. Операција множења комплексних бројева означава се такође са · и записује:

.

Ако узмемо алгебарски облик комплексних бројева, до резултата множења долазимо тако што се бројеви и множе као обични биноми и при том се користи чињеница да је . Дакле, биће:

.

**Пример 6.** Помножити следеће комплексне бројеве: и .

**Решење.** Производ комплексних бројева рачунамо на следећи начин:

или

.

Множење комплексних бројева задовољава следеће правилности:

**Пример 7.** Израчунати: .

**Решење.** У овом задатку користимо чињеницу да је , па добијамо следеће:

*.*

**Дељењем комплексних бројева** опет добијамо комплексан број:

за .

**Пример 8.** Поделити следеће комплексне бројеве: и .

**Решење.** Количник два комплексна броја добијамо на следећи начин:

.

**Конјуговани комплексни број**  датог комплексног броја је број , који се од разликује у знаку имагинарног дела.

**Пример 9.** Одредити конјуговано комплексне бројеве следећих бројева:

*.*

**Решење.** На основу дефиниције конјуговано комплексног броја добијамо:

.

На крају, наводимо алгебарске законе које задовољава структура комплексних бројева . За ма које комплексне бројеве , и важе формуле:

**Пример 10.** Израчунати:

.

**Решење.** Овај задатак можемо решити на следећи начин:

.

**Пример 11.** Израчунати: ако је .

**Решење.** Најпре ћемо одредити и ту вредност заменити у нашем изразу.

*.*

**Пример 12.** Дати су комплексни бројеви , . Одредити комплексан број , ако је:

**Решење.**

Најпре ћемо израчунати производ и количник :

.

Затим одредимо реални део броја и имагинарни део броја :

, .

Сада добијамо систем:

и његовим решавањем добијамо да је и .

Дакле, наш тражени комплексан број је .

**Завршни део часа (5 минута)**

Заједно са ученицима понављамо које су то операције са комплексним бројевима, како се примењују и које законитости важе за комплексне бројеве. Дајемо им и неколико задатака за вежбу.

Задаци за вежбу

1. Израчунати:

а) ;

б) .

1. Одредити конјугован број комплексном броју:

а) ;

б)

1. Израчунати:
2. Израчунати вредност израза за .

*Л и т е р а т у р а*

* Г. Војводић, В. Петровић, Р. Деспотовић, Б. Шешеља, *Математика за II* *разред средње школе*, Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, 2004
* Ж. Ивановић, С. Огњановић, *Математика 2 – збирка решених задатака и тестова за II разред гимназија и техничких школа*, Круг, Београд, 2010